16-е занятие. Частные производные
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

$\boxed{3225}$ $u = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$. $\boxed{3227}$ $u = x^{y/z}$.

Найти указанные частные производные:

$\boxed{3256}$ $\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \dfrac{\partial^4 u}{\partial x^3 \partial y}, \dfrac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2}$, если

$$u = x - y + x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4.$$

$\boxed{3258}$ Найти $\dfrac{\partial^6 u}{\partial x^3\, \partial y^3}$, если $u = x^3 \sin y + y^3 \sin x$.

$\boxed{3307}$ Показать, что функция $u(x,y) = \ln\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta u = 0$, где $\Delta u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

$\boxed{3342}$ Найти производную функции $u = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1,1)$ в направлении l, составляющем угол α с положительным направлением оси Ox.

Частные производные сложной функции

$\boxed{\text{К } 3.28}$ Для функции $g(x,y) = f(u(x,y))$ найти g'_x и g'_y, если:

1) $u = x^2 + e^y$; 2) $u = \sqrt[3]{x^3 + xy^2}$; 4) $u = \operatorname{arcctg}(x + \ln y)$.

$\boxed{\text{К } 3.29}$ Для функции $g(x,y) = f(u(x,y), v(x,y))$ найти g'_x и g'_y, если:

1) $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$;

2) $u = x^2 - y^2$, $v = e^{xy}$;

3) $u = x\cos y$, $v = x \sin y$.

Домашнее задание № 16
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

$\boxed{3220}$ $u = x^y$. $\boxed{3238}$ $u = x^{y^z}$.

$\boxed{3311}$ Доказать, что функция

$$u(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}}$$

удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0.$$

$\boxed{3341}$ Найти производную функции $u = x^2 - y^2$ в точке $M(1, 1)$ в направлении l, которое составляет угол $\frac{\pi}{3}$ с положительным направлением оси Ox.

Найти указанные частные производные:

$\boxed{3257}$ $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x^2\, \partial y}$, если $u = x \ln(xy)$.

$\boxed{3259}$ $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\, \partial y\, \partial z}$, если $u = \operatorname{arctg} \dfrac{x + y + z - xyz}{1 - xy - xz - yz}$.

$\boxed{3260}$ $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\, \partial y\, \partial z}$, если $u = e^{xyz}$.

Частные производные сложной функции

В следующих упражнениях нужно найти производные первого порядка от сложных функций, предполагая, что функция f дифференцируема:

$\boxed{3283}$ $g(x, y, z) = f(x^2 + y^2 + z^2)$.

$\boxed{3284}$ $g(x, y) = f\left(x, \frac{x}{y}\right)$.

$\boxed{3285}$ $g(x, y, z) = f(x, xy, xyz)$.

$\boxed{3286}$ $g(x, y) = f(x + y, xy)$.