Контрольная работа № 3. Вариант № 1
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

$\boxed{1}$ Пусть $f = f(u, v)$ — дважды непрерывно дифференцируемая функция от двух переменных. Найти дифференциалы dz и d^2z функции

$$z(x, y) = f(e^x \cos y, e^x \sin y).$$

$\boxed{2}$ Принимая u и v за новые независимые переменные и f за новую функцию, преобразовать уравнение

$$xz'_x + yz'_y = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

если

$$u = \frac{y}{x}, \qquad v = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad f(u, v) = z(x, y).$$

$\boxed{3}$ Приняв u и v за новые независимые переменные и f за новую функцию, преобразовать следующее уравнение:

$$x^2\, z''_{xx} - 2x \sin y\, z''_{xy} + \sin^2 y\, z''_{yy} = 0,$$

если

$$u = x \operatorname{tg} \frac{y}{2}, \qquad v = x, \qquad z(x, y) = f(u, v).$$

$\boxed{4}$ В дифференциальном уравнении

$$u''_{xx} - u''_{yy} = 0$$

перейти к новым независимым переменным ρ и φ и новой функции f, которые связаны со старыми переменными x и y и старой функцией u следующими соотношениями:

$$x = \rho \operatorname{ch} \varphi, \qquad y = \rho \operatorname{sh} \varphi, \qquad u(x, y) = f(\rho, \varphi).$$

$\boxed{5}$ Найти стационарные точки функции, вычислить второй дифференциал функции в этих точках:

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$