

Мех.-мат., матем. анализ., 2-й семестр

1-е занятие. Таблица интегралов.

Замена переменной в неопределённом интеграле

Т1) Найти неопределённые интегралы:

$$\begin{array}{cccc} \int x^n dx, & \int \frac{dx}{x}, & \int a^x dx, & \int e^x dx, \\ \int \sin x dx, & \int \cos x dx, & \int \frac{dx}{\sin^2 x}, & \int \frac{dx}{\cos^2 x}, \\ \int \operatorname{sh} x dx, & \int \operatorname{ch} x dx, & \int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x}, & \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x}, \\ \int \frac{dx}{1+x^2}, & \int \frac{dx}{1-x^2}, & \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}, & \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm 1}}. \end{array}$$

Вычислить, пользуясь таблицей интегралов:

$$\begin{array}{ll} \boxed{1628} \int (3-x^2)^3 dx. & \boxed{1632} \int \left(\frac{a}{x} + \frac{a^2}{x^2} + \frac{a^3}{x^3} \right) dx. \\ \boxed{1636} \int \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) \sqrt{x\sqrt{x}} dx. & \boxed{1640} \int \frac{x^2 dx}{1-x^2}. \end{array}$$

Т2) Линейная замена: если $F' = f$, то $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$.

Примеры:

$$\begin{array}{ll} \boxed{A1} \int \sin(\omega x + \varphi) dx. & \boxed{A2} \int \frac{dx}{x^2 + a^2}. \\ \boxed{1646} \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx. & \boxed{1669} \int \frac{dx}{1 - \cos x}. \end{array}$$

Т3) Замена переменной: если $F' = f$, то

$$\int f(\varphi(x)) \varphi'(x) dx = \left[\begin{array}{l} t = \varphi(x) \\ dt = \varphi'(x) dx \end{array} \right] = F(\varphi(x)) + C.$$

Примеры:

$$\begin{array}{lll} \boxed{A3} \int \frac{\varphi'(x) dx}{\varphi(x)}. & \boxed{1690} \int \frac{e^x dx}{2 + e^x}. & \boxed{1691} \int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}. \\ \boxed{1692} \int \frac{dx}{\sqrt{1 + e^{2x}}}. & \boxed{1697} \int \operatorname{tg} x dx. & \boxed{1699} \int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt[3]{\sin x - \cos x}} dx. \end{array}$$

Домашнее задание № 1

Матем. анализ, мех.-мат., 2-й семестр

Используя замену переменной, найти следующие интегралы. Сделать проверку с помощью дифференцирования.

$$\boxed{\text{A1}} \int \frac{dx}{x^2 + a^2},$$

$$\boxed{\text{A2}} \int \frac{dx}{x^2 - a^2},$$

$$\boxed{\text{A3}} \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}},$$

$$\boxed{\text{A4}} \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Найти неопределённые интегралы:

$$\boxed{1629} \int x^2(5 - x)^4 dx.$$

$$\boxed{1633} \int \frac{x + 1}{\sqrt{x}} dx.$$

$$\boxed{1634} \int \frac{\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[4]{x}} dx.$$

$$\boxed{1638} \int \frac{\sqrt{x^4 + x^{-4} + 2}}{x^3} dx.$$

$$\boxed{1639} \int \frac{x^2 dx}{1 + x^2}.$$

$$\boxed{1641} \int \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} dx.$$

$$\boxed{1642} \int \frac{\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^4}} dx.$$

$$\boxed{1649} \int \operatorname{ctg}^2 x dx.$$

$$\boxed{1650} \int \operatorname{tg}^2 x dx.$$

$$\boxed{1668} \int \frac{dx}{1 + \cos x}.$$

$$\boxed{1689} \int x e^{-x^2} dx.$$

$$\boxed{1693} \int \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

$$\boxed{1695} \int \sin^5 x \cos x dx.$$

$$\boxed{1698} \int \operatorname{ctg} x dx.$$

$$\boxed{1694} \int \frac{dx}{x \ln x \ln(\ln x)}.$$

$$\boxed{1700.1} \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos 2x}} dx.$$