

Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр
2-е занятие. Замена переменной.

Интегрирование по частям

А1 (Из домашней работы.) Найти неопределённые интегралы:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2}, \quad \int \frac{dx}{a^2 - x^2}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

Найти интегралы с помощью замены переменной:

$$\text{А2} \quad \int x(2-x)^{100} dx.$$

$$\text{А3} \quad \int \frac{dx}{1+e^{2x}}.$$

$$\text{1700.1} \quad \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos 2x}} dx.$$

$$\text{1703} \quad \int \frac{dx}{\sin x}.$$

Формула интегрирования по частям:

$$\int uv' dx = uv - \int vu' dx,$$

или

$$\int u dv = uv - \int v du.$$

Найти интегралы с помощью интегрирования по частям:

$$\text{1795} \quad \int xe^{-x} dx.$$

$$\text{А4} \quad \int x^2 \ln x dx.$$

$$\text{1791} \quad \int \ln x dx.$$

$$\text{А5} \quad \int (x^2 - 5) \sin 2x dx.$$

$$\text{1794} \quad \int \sqrt{x} \ln^2 x dx.$$

$$\text{1797} \quad \int x^3 e^{-x^2} dx.$$

$$\text{1798} \quad \int x \cos x dx.$$

$$\text{1800} \quad \int x \operatorname{sh} x dx.$$

$$\text{1802} \quad \int \operatorname{arctg} x dx.$$

$$\text{1807} \quad \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx.$$

$$\text{1822} \quad \int e^{\sqrt{x}} dx.$$

$$\text{1824} \quad \int \frac{xe^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{3/2}} dx.$$

С помощью интегрирования по частям найти следующие «круговые» интегралы:

$$\text{1827} \quad \int \cos(\ln x) dx. \quad \text{1828} \quad \int e^{\alpha x} \cos bx dx. \quad \text{1818} \quad \int \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Домашнее задание № 2

Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Найти интегралы с помощью замены переменной:

$$\boxed{1700.2} \int \frac{\cos x}{\sqrt{\cos 2x}} dx.$$

$$\boxed{1705} \int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}.$$

$$\boxed{1709} \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx.$$

$$\boxed{1710} \int \frac{dx}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1-x^2}}.$$

$$\boxed{1714} \int \frac{x^4 dx}{(x^5+1)^4}.$$

$$\boxed{1721.1} \int x(1-x)^{10} dx.$$

$\boxed{1704} \int \frac{dx}{\cos x}$. Указание. Выразить $\cos x$ через $\sin x$ (с помощью формулы приведения) и воспользоваться результатом задачи 1703.

$\boxed{1712} \int \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$. Указание. Разделить числитель и знаменатель на x^2 и сделать замену $t = x - \frac{1}{x}$.

Найти интегралы с помощью интегрирования по частям (в некоторых задачах нужно ещё заменить переменную):

$$\boxed{1792} \int x^n \ln x dx \quad (n \neq -1).$$

$$\boxed{1793} \int \left(\frac{\ln x}{x} \right)^2 dx.$$

$$\boxed{1796} \int x^2 e^{-2x} dx.$$

$$\boxed{1799} \int x^2 \sin 2x dx.$$

$$\boxed{1803} \int \arcsin x dx.$$

$$\boxed{1808} \int x \ln \frac{1+x}{1-x} dx.$$

$$\boxed{1809} \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx.$$

$$\boxed{1810} \int \sin x \cdot \ln(\operatorname{tg} x) dx.$$

$$\boxed{1811} \int x^5 e^{x^3} dx.$$

$$\boxed{1812} \int (\arcsin x)^2 dx.$$

$$\boxed{1815} \int \frac{x \ln(x + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

$$\boxed{1819} \int \sqrt{x^2+a} dx.$$

$$\boxed{1823} \int x \sin \sqrt{x} dx.$$

$$\boxed{1829} \int e^{\alpha x} \sin bx dx.$$