Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр
6-е занятие. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Интегралы вида $\int R\left(x, \sqrt[k]{\dfrac{ax+b}{cx+d}}\right)$ находят с помощью замены

$$t = \sqrt[k]{\frac{ax+b}{cx+d}}.$$

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\int \frac{dx\sqrt{x}}{(x-1)\sqrt{x+1}}.$

$\boxed{1934}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt[n]{(x-a)^{n+1}(x-b)^{n-1}}}.$

Для интегрирования квадратичных иррациональностей полезно знать следующие формулы:

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + C \qquad (a>0).$$
$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + C \qquad (a>0).$$

Найти интегралы от следующих квадратичных иррациональностей:

$\boxed{1937}$ $\displaystyle\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1+x+x^2}}.$

$\boxed{1940}$ $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x}\,dx.$

Применяя формулу

$$\int \frac{P_n(x)}{y}\,dx = Q_{n-1}(x)y + \lambda\int\frac{dx}{y},$$

где $y = \sqrt{ax^2+bx+c}$, $P_n(x)$ — многочлен степени n, $Q_{n-1}(x)$ — многочлен степени $n-1$ и λ — число, найти следующий интеграл:

$\boxed{1947}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3\sqrt{x^2+1}}.$

Домашнее задание № 6
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

$\boxed{1932}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2(x-1)^4}}$.

$\boxed{1933}$ $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt[4]{x^3(a-x)}}$ $(a>0)$.

$\boxed{1935}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}+\sqrt{1+x}}$. Указание: $x=\left(\frac{u^2-1}{2u}\right)^2$.

Найти интегралы от следующих квадратичных иррациональностей:

$\boxed{1938}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$.

$\boxed{1939}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{(1-x)^2\sqrt{1-x^2}}$.

$\boxed{1941}$ $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(1+x)\sqrt{1-x-x^2}}$.

$\boxed{1942}$ $\displaystyle\int \frac{1-x+x^2}{\sqrt{1+x-x^2}}\,dx$.

Применяя формулу

$$\int \frac{P_n(x)}{y}\,dx = Q_{n-1}(x)y + \lambda\int\frac{dx}{y},$$

где $y=\sqrt{ax^2+bx+c}$, $P_n(x)$ — многочлен степени n, $Q_{n-1}(x)$ — многочлен степени $n-1$ и λ — число, найти следующие интегралы:

$\boxed{1943}$ $\displaystyle\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1+2x-x^2}}$.

$\boxed{1950}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{(x+1)^5\sqrt{x^2+2x}}$.

Подсказка: сначала сделать замену $t=\dfrac{1}{(x+1)^5}$.

$\boxed{\text{A2}}$ 1945 (доп.) $\displaystyle\int x^4\sqrt{a^2-x^2}\,dx$.