

Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр  
7-е занятие. Интегрирование  
тригонометрических функций

При интегрировании выражений вида  $\int R(\cos x, \sin x) dx$  можно использовать универсальную подстановку  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ . В частных случаях помогают следующие подстановки:

а) если  $R(-\cos x, \sin x) = -R(\cos x, \sin x)$ , то  $t = \sin x$ ;

б) если  $R(\cos x, -\sin x) = -R(\cos x, \sin x)$ , то  $t = \cos x$ ;

в) если  $R(-\cos x, -\sin x) = R(\cos x, \sin x)$ , то  $t = \operatorname{tg} x$ .

$$\boxed{1991} \quad \int \cos^5 x dx.$$

$$\boxed{1993} \quad \int \cos^6 x dx.$$

$$\boxed{1995} \quad \int \sin^4 x \cos^5 x dx.$$

$$\boxed{2118} \quad \int \operatorname{sh}^3 x dx.$$

$$\boxed{1998} \quad \int \frac{\cos^4 x}{\sin^3 x} dx.$$

$$\boxed{2002} \quad \int \frac{dx}{\sin^3 x \cos^5 x}.$$

$$\boxed{2004} \quad \int \operatorname{tg}^5 x dx.$$

$$\boxed{2010} \quad \int \frac{dx}{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x}}.$$

$$\boxed{2027} \quad \int \frac{\sin^2 x}{\sin x + 2 \cos x} dx.$$

$$\boxed{2034} \quad \int \frac{\sin x dx}{\sin^3 x + \cos^3 x}.$$

$$\boxed{A1} \quad \int \frac{\sin^5 x}{\sqrt{\cos x}} dx.$$

$$\boxed{2124} \quad \int \operatorname{sh} ax \sin bx dx.$$

Найти интегралы, используя тригонометрические формулы:

$$\boxed{2015} \quad \int \sin x \sin \frac{x}{2} \sin \frac{x}{3} dx.$$

$$\boxed{2019} \quad \int \frac{dx}{\sin(x+a) \sin(x+b)}.$$

$$\boxed{2022} \quad \int \frac{dx}{\sin x - \sin \alpha}.$$

## Домашнее задание № 7

### Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

$$\boxed{1992} \int \sin^6 x \, dx.$$

$$\boxed{1994} \int \sin^2 x \cos^4 x \, dx.$$

$$\boxed{1996} \int \sin^5 x \cos^5 x \, dx.$$

$$\boxed{1997} \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} \, dx.$$

$$\boxed{1999} \int \frac{dx}{\sin^3 x}.$$

$$\boxed{2000} \int \frac{dx}{\cos^3 x}.$$

$$\boxed{2001} \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x}.$$

$$\boxed{2005} \int \operatorname{ctg}^6 x \, dx.$$

$$\boxed{2025} \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}.$$

$$\boxed{2026} \int \frac{dx}{(2 + \cos x) \sin x}.$$

Найти интегралы, используя тригонометрические формулы:

$$\boxed{2013} \int \sin 5x \cos x \, dx.$$

$$\boxed{2014} \int \cos x \cos 2x \cos 3x \, dx.$$

$$\boxed{2020} \int \frac{dx}{\sin(x+a) \cos(x+b)}.$$

$$\boxed{2023} \int \frac{dx}{\cos x + \cos a}.$$

Найти интегралы от гиперболических выражений:

$$\boxed{2117} \int \operatorname{ch}^4 x \, dx.$$

$$\boxed{2125} \int \operatorname{sh} ax \cos bx \, dx.$$

$\boxed{2042}$  Доказать, что

$$\int \frac{a_1 \sin x + b_1 \cos x}{a \sin x + b \cos x} \, dx = Ax + B \ln |a \sin x + b \cos x| + C,$$

где  $A, B, C$  — постоянные.

*Указание:* подобрать такие коэффициенты  $A$  и  $B$ , что

$$a_1 \sin x + b_1 \cos x = A(a \sin x + b \cos x) + B(a \cos x - b \sin x).$$

$$\boxed{2043} \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + 2 \cos x} \, dx.$$

$$\boxed{2044} \int \frac{dx}{3 + 5 \operatorname{tg} x}.$$