Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр
8-е занятие. Подстановки Эйлера, интегрирование дифференциального бинома

Для интегрирования функции вида $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$ можно использовать подстановки Эйлера:

1) $a > 0$: $\sqrt{ax^2+bx+c} = t \pm \sqrt{a}x$;
2) $c > 0$: $\sqrt{ax^2+bx+c} = xt \pm \sqrt{c}$;
3) $D > 0$: $\sqrt{a(x-x_1)(x-x_2)} = t(x-x_1)$.

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{x - \sqrt{x^2-x+1}}$.

$\boxed{\text{A2}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+x+4}+2}$.

$\boxed{\text{A3}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{-x^2+3x-2}}$.

Интегрирование дифференциального бинома (теорема Чебышёва)

Интеграл $\int x^m(a+bx^n)^p\,dx$, где $m, n, p \in \mathbb{Q}$, можно привести к интегрированию рациональных функций в следующих случаях:

1) $p \in \mathbb{Z}$: замена $x = t^N$, где N — общий знаменатель m и n;
2) $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$: замена $a + bx^n = t^N$, где N — знаменатель p;
3) $\frac{m+1}{n} + p \in \mathbb{Z}$: замена $ax^{-n} + b = t^N$, где N — знаменатель p.

$\boxed{\text{A4}}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(\sqrt[3]{x}+1\right)^2}$.

$\boxed{1983}$ $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}$.

$\boxed{1986}$ $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

$\boxed{1989}$ $\displaystyle\int \sqrt[3]{3x-x^3}\,dx$.

Домашнее задание № 8
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Найти интегралы с помощью подстановок Эйлера:

$\boxed{1966}$ $$\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+x+1}}.$$

$\boxed{1967}$ $$\int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}}.$$

$\boxed{1968}$ $$\int x\sqrt{x^2-2x+2}\,dx.$$

$\boxed{1969}$ $$\int \frac{x-\sqrt{x^2+3x+2}}{x+\sqrt{x^2+3x+2}}\,dx.$$

$\boxed{1982}$ $$\int \frac{\sqrt{x}}{(1+\sqrt[3]{x})^2}\,dx.$$

$\boxed{1984}$ $$\int \frac{x^5\,dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$\boxed{1985}$ $$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}.$$

$\boxed{1987}$ $$\int \frac{dx}{x\sqrt[6]{1+x^4}}.$$

$\boxed{1988}$ $$\int \frac{dx}{x^3\sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}}.$$