Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр
10-е занятие. Определённый интеграл.
Площадь фигуры в прямоугольных координатах

$$\boxed{\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).}$$

$\boxed{2208}$ $\displaystyle\int\limits_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$.

$$\boxed{\int\limits_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.}$$

$\boxed{2239}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\ln 2} xe^{-x}\,dx$. $\boxed{2241}$ $\displaystyle\int\limits_0^{2\pi} x^2\cos x\,dx$.

$\boxed{\displaystyle\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt,}$ если $\varphi \in C^1([\alpha,\beta])$, $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$.

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\int\limits_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$. $\boxed{\text{A2}}$ $\displaystyle\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx$. $\boxed{2248}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1}\,dx$.

$\boxed{\text{T1}}$ Если функция f нечётная, то $\displaystyle\int\limits_{-a}^a f(x)\,dx = 0$. $\boxed{\text{A3}}$ $\displaystyle\int\limits_{-\pi}^{\pi} \sin 3x\,dx$.

$\boxed{2265}$ Если T — период f, то $\displaystyle\int\limits_a^{a+T} f(x)\,dx = \int\limits_0^T f(x)\,dx$.

$\boxed{\text{A4}}$ $\displaystyle\int\limits_0^{6\pi} |\cos x|\,dx$.

Площадь в прямоугольных координатах: $\boxed{\displaystyle S = \int\limits_a^b (y_2(x) - y_1(x))\,dx.}$

Найти площади фигур, ограниченных кривыми, заданными в прямоугольных координатах:

$\boxed{2398}$ $y = x^2$, $x + y = 2$. $\boxed{2397}$ $ax = y^2$, $ay = x^2$.

$\boxed{2400}$ $y = |\lg x|$, $y = 0$, $x = 0{,}1$, $x = 10$.

$\boxed{2400.2}$ $y = (x+1)^2$, $x = \sin \pi y$, $y = 0$ $(0 \leqslant y \leqslant 1)$.

Домашнее задание № 10
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

С помощью формулы Ньютона-Лейбница вычислить интегралы:

$\boxed{2207}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} \sin x\,dx.$ $\boxed{2209}$ $\displaystyle\int\limits_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Вычислить интегралы с помощью интегрирования по частям:

$\boxed{2240}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} x\sin x\,dx.$ $\boxed{2243}$ $\displaystyle\int\limits_0^{1} \arccos x\,dx.$

Вычислить интегралы с помощью подходящей замены переменной:

$\boxed{2246}$ $\displaystyle\int\limits_0^{a} x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx.$ $\boxed{2247}$ $\displaystyle\int\limits_0^{0{,}75} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}.$

$\boxed{2211}$ $\displaystyle\int\limits_0^{2} |1-x|\,dx.$ $\boxed{2215}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2\sin^2 x+b^2\cos^2 x} \quad (ab\neq 0).$

$\boxed{2244}$ $\displaystyle\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx.$ $\boxed{2249}$ $\displaystyle\int\limits_0^{1} \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}}\,dx.$

$\boxed{2250}$ Вычислить интеграл $\displaystyle\int\limits_{-1}^{1} \frac{1+x^2}{1+x^4}\,dx$, полагая $x-\frac{1}{x}=t$.

$\boxed{\text{T1}}$ Если f — чётная функция, то $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_0^{a} f(x)\,dx.$

Найти площади фигур, ограниченных кривыми, заданными в прямоугольных координатах:

$\boxed{2399}$ $y=2x-x^2$, $x+y=0$. $\boxed{2400.1}$ $y=2^x$, $y=2$, $x=0$.

$\boxed{2402}$ $y=\dfrac{a^2}{a^2+x^2}$, $y=0$. $\boxed{2403}$ $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

$\boxed{2411}$ В каком отношении парабола $y^2=2x$ делит площадь круга $x^2+y^2=8$?