

Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр
17-е занятие. Несобственные интегралы.
Суммирование рядов

Исследовать сходимость несобственных интегралов:

$$\boxed{\text{A1}} \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}. \quad \boxed{\text{A2}} \int_2^3 \frac{dx}{3-x}. \quad \boxed{\text{A3}} \int_0^4 \frac{dx}{(x-4)^{2/3}}.$$

$$\boxed{\text{A4}} \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2-2x}}. \quad \boxed{\text{A5}} \int_3^{+\infty} \frac{x^2}{e^x} dx.$$

Исследовать сходимость знакопеременных несобственных интегралов:

$$\boxed{\text{A6}} \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{10-4\sqrt{x}+x}. \quad \boxed{\text{A7}} \int_1^{+\infty} \sin x^2 dx. \quad \boxed{2368} \int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x} dx.$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\boxed{\text{A8}} \int_4^{+\infty} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x^2+3}} dx. \quad \boxed{2381, p=1} \int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{1+x^q} dx \quad (q \geq 0).$$

$$\boxed{2380.1} \int_0^{\pi/2} \sin(\sec x) dx.$$

Ряды

Для следующих рядов вычислить частичные суммы, доказать сходимость и найти суммы:

$$\boxed{\text{A9}} 1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{n-1} + \dots$$

$$\boxed{2546} 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} + \dots$$

$$\boxed{\text{A10}} 1 + 2q + 3q^2 + 4q^3 + \dots + nq^{n-1} + \dots$$

Подсказка: найти $S_n - qS_n$.

$$\boxed{2550} \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \dots$$

Домашнее задание № 17

Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Исследовать сходимость знакопеременных несобственных интегралов:

$$\boxed{A1} \int_0^{+\infty} \frac{\sin x \, dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 10}}. \quad \boxed{2367} \int_0^{+\infty} \frac{\cos ax}{1 + x^n} \, dx \quad (n \geq 0).$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

$$\boxed{2378} \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} \, dx. \quad \boxed{2379} \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x}{x + 100} \, dx.$$

$$\boxed{2380.2} \int_0^{+\infty} x^2 \cos(e^x) \, dx.$$

Доказать непосредственно сходимость следующих рядов и найти их суммы (т. е. составить формулу для S_n и вычислить предел):

$$\boxed{2547} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right) + \dots$$

$$\boxed{2549} \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

$$\boxed{2548} \frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{2n-1}{2^n} + \dots$$

$$\boxed{2552} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n} \right).$$