

1-е занятие. Частные производные

Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Найти и изобразить области определения следующих функций:

$$\boxed{3137} \quad u = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}. \quad \boxed{3139} \quad u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}.$$

$\boxed{3184a}$ Найти повторные пределы $\lim_{x \rightarrow a} \lim_{y \rightarrow b} f(x, y)$ и $\lim_{y \rightarrow b} \lim_{x \rightarrow a} f(x, y)$,

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^4}, \quad a = \infty, \quad b = \infty.$$

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

$$\boxed{3213} \quad u = x^4 + y^4 - 4x^2y^2.$$

$$\boxed{3215} \quad u = \frac{x}{y^2}.$$

$$\boxed{3217} \quad u = x \sin(x + y).$$

$$\boxed{3219} \quad u = \operatorname{tg} \frac{x^2}{y}.$$

$$\boxed{3221} \quad u = \ln(x + y^2).$$

$$\boxed{3223} \quad u = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}.$$

$$\boxed{3225} \quad u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

$$\boxed{3227} \quad u = x^{y/z}.$$

$\boxed{3229B}$ Проверить равенство $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ для функции

$$u = \arccos \sqrt{\frac{x}{y}}.$$

Найти указанные частные производные в следующих задачах:

$$\boxed{3256} \quad \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \frac{\partial^4 u}{\partial x^3 \partial y}, \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2}, \text{ если}$$

$$u = x - y + x^2 + 2xy + y^2 + x^3 - 3x^2y - y^3 + x^4 - 4x^2y^2 + y^4.$$

$$\boxed{3258} \quad \frac{\partial^6 u}{\partial x^3 \partial y^3}, \text{ если}$$

$$u = x^3 \sin y + y^3 \sin x.$$

Домашнее задание № 1

Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Найти и изобразить области определения следующих функций:

$$\boxed{3138} \quad u = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad \boxed{3143} \quad u = \ln(-x - y).$$

$\boxed{3184\text{ВГД}}$ Найти $\lim_{x \rightarrow a} \lim_{y \rightarrow b} f(x, y)$ и $\lim_{y \rightarrow b} \lim_{x \rightarrow a} f(x, y)$, если

в) $f(x, y) = \sin \frac{\pi x}{2x + y}$, $a = \infty$, $b = \infty$.

г) $f(x, y) = \frac{1}{xy} \operatorname{tg} \frac{xy}{1 + xy}$, $a = 0$, $b = \infty$.

д) $f(x, y) = \log_x(x + y)$, $a = 1$, $b = 0$.

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

$$\boxed{3214} \quad u = xy + \frac{x}{y}.$$

$$\boxed{3216} \quad u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$\boxed{3218} \quad u = \frac{\cos x^2}{y}.$$

$$\boxed{3220} \quad u = x^y.$$

$$\boxed{3222} \quad u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

$$\boxed{3224} \quad u = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$\boxed{3226} \quad u = \left(\frac{x}{y}\right)^2.$$

$$\boxed{3238} \quad u = x^{y^z}.$$

$\boxed{3229\text{аб}}$ Проверить равенство $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ для функций

а) $u = x^2 - 2xy - 3y^2$; б) $u = x^{y^2}$.

Найти указанные частные производные в следующих задачах:

$\boxed{3257}$ $\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$, если

$$u = x \ln(xy).$$

$\boxed{3259}$ $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$, если

$$u = \operatorname{arctg} \frac{x + y + z - xyz}{1 - xy - xz - yz}.$$