

### 3-е занятие. Дифференциалы

Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Повторение: частные производные сложной функции

Найти частные производные первого и второго порядка функции

$$f(x, y) = g(u(x, y), v(x, y)),$$

если:

$$\boxed{A1} \quad u(x, y) = x^2 - y^2, \quad v(x, y) = \frac{x}{y}.$$

$$\boxed{A2} \quad u(x, y) = x^2 + y^2, \quad v(x, y) = \sin y.$$

### Дифференцирование неявных функций

Найти  $y'$  и  $y''$  для функций  $y$ , определяемых следующими уравнениями:

$$\boxed{A3} \quad x^2 + y^2 = a^2. \quad \boxed{3371} \quad x^2 + 2xy - y^2 = a^2.$$

$$\boxed{3373} \quad y - \varepsilon \sin y = x \quad (0 < \varepsilon < 1).$$

Для функции  $z = z(x, y)$  найти частные производные первого и второго порядков, если:

$$\boxed{3383} \quad x^2 + y^2 + z^2 = a^2. \quad \boxed{3387} \quad x + y + z = e^{-(x+y+z)}.$$

### Дифференциал первого порядка

Найти дифференциал функции  $y(x)$ :

$$\boxed{1085} \quad y = \frac{1}{x}. \quad \boxed{1090б} \quad y = \sin x - x \cos x. \quad \boxed{1090д} \quad y = \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Пусть  $u, v$  — дифференцируемые функции от  $x$ . Найти дифференциал функции  $y$ , если:

$$\boxed{A4} \quad y = uv. \quad \boxed{A5} \quad y = \frac{u}{v}. \quad \boxed{A6} \quad y = \sin u.$$

$$\boxed{A7} \quad y = u^2 + v^2. \quad \boxed{1094} \quad y = \operatorname{arctg} \frac{u}{v}.$$

Найти полные дифференциалы первого порядка от следующих функций:

$$\boxed{A8} \quad u = x^2 - y^2.$$

$$\boxed{3238} \quad u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\boxed{A9} \quad u = xyz.$$

$$\boxed{A10} \quad u = \frac{x}{y+z}.$$

## Домашнее задание № 3

### Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

#### Повторение: частные производные сложной функции

Найти частные производные первого и второго порядка функции

$$f(x, y) = g(u(x, y), v(x, y)),$$

если:

$$\boxed{A1} \quad u = x - y, v = x^2 + y^2. \quad \boxed{A2} \quad u = \frac{x}{y}, v = xy.$$

#### Дифференцирование функций, заданных неявно

Найти  $y'$  и  $y''$  для функций  $y$ , определяемых следующими уравнениями:

$$\boxed{3372} \quad \ln \sqrt{x^2 + y^2} = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}. \quad \boxed{3374} \quad x^y = y^x \quad (x \neq y).$$

$$\boxed{3375} \quad y = 2x \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

Для функции  $z = z(x, y)$  найти частные производные первого и второго порядков, если:

$$\boxed{3384} \quad z^3 - 3xyz = a^3. \quad \boxed{3386} \quad z = \sqrt{x^2 - y^2} \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$$

#### Дифференциал функции

$$\boxed{1090a} \quad y = xe^x. \quad \boxed{1090b} \quad y = \frac{1}{x^3}. \quad \boxed{1090ж} \quad y = \ln(1 - x^2).$$

Пусть  $u, v, w$  — дифференцируемые функции от  $x$ . Найти дифференциал функции  $y$ , если:

$$\boxed{1091} \quad y = uvw. \quad \boxed{1092} \quad y = \frac{u}{v^2}.$$

$$\boxed{1093} \quad y = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \quad \boxed{1095} \quad y = \ln \sqrt{u^2 + v^2}.$$

Найти полные дифференциалы первого порядка от следующих функций:

$$\boxed{3235} \quad u = x^m y^n. \quad \boxed{3236} \quad u = \frac{x}{y}. \quad \boxed{3237} \quad u = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\boxed{3239} \quad u = e^{xy}. \quad \boxed{3240} \quad u = xy + yz + xz. \quad \boxed{3241} \quad u = \frac{z}{x^2 + y^2}.$$