5-е занятие. Замена переменных
Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

$\boxed{3450}$ Преобразовать уравнение к полярным координатам: $y' = \dfrac{x+y}{x-y}$.

Вводя новые независимые переменные ξ и η, решить следующие уравнения:

$\boxed{3458}$ $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{\partial z}{\partial y}$, если $\xi = x + y$ и $\eta = x - y$.

$\boxed{3460}$ $a\dfrac{\partial z}{\partial x} + b\dfrac{\partial z}{\partial y} = 1$ $(a \neq 0)$, если $\xi = x$ и $\eta = y - bz$.

Принимая u и v за новые независимые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3462}$ $xz'_x + \sqrt{1+y^2}\,z'_y = xy$, если $u = \ln x$ и $v = \ln(y + \sqrt{1+y^2})$.

$\boxed{3465}$ $x\,z'_x + y\,z'_y = \dfrac{x}{z}$, если $u = 2x - z^2$ и $v = \dfrac{y}{z}$.

Сделать замену независимых переменных в следующем выражении:

$\boxed{3467}$ $(z+e^x)z'_x + (z+e^y)z'_y - (z^2 - e^{x+y})$, $\xi = y + ze^{-x}$, $\eta = x + ze^{-y}$.

Преобразовать следующие выражения к полярным координатам ($x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$):

$\boxed{3481}$ $w = xu'_y - yu'_x$.

$\boxed{3484}$ $w = u''_{xx} + u''_{yy}$.

Приняв u и v за новые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3489}$ $2z''_{xx} + z''_{xy} - z''_{yy} + z'_x + z'_y = 0$, если $u = x + 2y + 2$, $v = x - y - 1$.

$\boxed{3493}$ $z''_{xx} + z''_{yy} + m^2 z = 0$, если $x = e^y\cos v$, $y = e^y \sin v$.

$\boxed{3495}$ $x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} = 0$, если $u = xy$, $v = \dfrac{x}{y}$.

$\boxed{3499}$ $xz''_{xx} - yz''_{yy} = 0$, если $x = (u+v)^2$, $y = (u-v)^2$.

Домашнее задание № 5
Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Преобразовать к полярным координатам r и φ, полагая $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, следующие уравнения:

$\boxed{3451}$ $(xy' - y)^2 = 2xy(1 + y'^2)$. $\boxed{3452}$ $(x^2 + y^2)^2 y'' = (x + yy')^3$.

Вводя новые независимые переменные ξ и η, решить следующие уравнения:

$\boxed{3459}$ $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0,$ если $\xi = x$ и $\eta = x^2 + y^2$.

$\boxed{3461}$ $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = z,$ если $\xi = x$ и $\eta = \dfrac{y}{x}$.

Принимая u и v за новые независимые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3463}$ $(x + y)z'_x - (x - y)z'_y = 0,$ если $u = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$, $v = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$.

$\boxed{3464}$ $xz'_x + yz'_y = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, если $u = \dfrac{y}{x}$, $v = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

$\boxed{3466}$ $(x + z)z'_x + (y + z)z'_y = x + y + z,$ если $u = x + z$ и $v = y + z$.

$\boxed{3469}$ В уравнении $u'_x + u'_y + u'_z = 0$ положить $\xi = x$, $\eta = y - x$, $\zeta = z - x$.

Сделать замену независимых переменных в следующем выражении:

$\boxed{3468}$ $(z'_x)^2 + (z'_y)^2,$ $x = uv$, $y = \dfrac{1}{2}(u^2 - v^2)$.

Преобразовать следующие выражения к полярным координатам ($x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$):

$\boxed{3482}$ $w = xu'_x + yu'_y$. $\boxed{3483}$ $w = (u'_x)^2 + (u'_y)^2$.

$\boxed{3485}$ $w = x^2 u''_{xx} + 2xyu''_{xy} + y^2 u''_{yy}$.

Приняв u и v за новые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3490}$ $(1 + x^2)z''_{xx} + (1 + y^2)z''_{yy} + xz'_x + yz'_y$,
если $u = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$, $v = \ln(y + \sqrt{1 + y^2})$.

$\boxed{3492}$ $z''_{xx} + z''_{yy} = 0,$ если $u = \dfrac{x}{x^2 + y^2}$, $v = -\dfrac{y}{x^2 + y^2}$.

$\boxed{3494}$ $z''_{xx} - yz''_{yy} = \dfrac{1}{2}z'_y$ $(y > 0)$, если $u = x - 2\sqrt{y}$, $v = x + 2\sqrt{y}$.

$\boxed{3497}$ $xyz''_{xx} - (x^2 + y^2)z''_{xy} + xyz''_{yy} + yz'_x + xz'_y = 0$,
если $u = \dfrac{1}{2}(x^2 + y^2)$, $v = xy$.