

Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр
Контрольная работа № 1
Пробный вариант № 1

1 Пусть $f = f(u, v)$ — дважды непрерывно дифференцируемая функция от двух переменных. Найти дифференциалы dz и d^2z функции

$$z(x, y) = f(e^x \cos y, e^x \sin y).$$

2 Функция $z = z(x, y)$ задана неявно уравнением

$$z = \sqrt{x^2 - y^2} \cdot \operatorname{tg} \frac{z}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$$

Найти её частные производные z'_x, z'_y, z''_{xy} и z''_{yx} . Убедиться, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

3 Приняв u и v за новые независимые переменные и f за новую функцию, преобразовать следующее уравнение:

$$x^2 z''_{xx} - 2x \sin y z''_{xy} + \sin^2 y z''_{yy} = 0,$$

если

$$u = x \operatorname{tg} \frac{y}{2}, \quad v = x, \quad z(x, y) = f(u, v).$$

4 Найти экстремумы функции

$$z(x, y) = (5x + 7y - 25)e^{-(x^2 + xy + y^2)}.$$

5 Найти точки условного экстремума функции, используя метод множителей Лагранжа:

$$u = x - 2y + 2z, \quad \text{если} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр

Контрольная работа № 1

Пробный вариант № 2

1 Пусть $f = f(u, v)$ — дважды непрерывно дифференцируемая функция от двух переменных. Найти дифференциалы dz и d^2z функции

$$z(x, y) = f\left(ye^x, \frac{y}{x}\right).$$

2 Принимая u и v за новые независимые переменные и f за новую функцию, преобразовать уравнение

$$xz'_x + yz'_y = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

если

$$u = \frac{y}{x}, \quad v = z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad f(u, v) = z(x, y).$$

3 Принимая ρ и φ за новые независимые переменные и f за новую функцию, преобразовать уравнение

$$x^2 u''_{xx} + 2xy u''_{xy} + y^2 u''_{yy},$$

если

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad u(x, y) = f(\rho, \varphi).$$

4 Исследовать функцию на экстремумы:

$$u(x, y) = (x + y^2)e^{x/2}.$$

5 Найти прямой круговой конус с заданной боковой поверхностью S , объём которого максимален. Использовать метод множителей Лагранжа для поиска условного экстремума.