Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр
Контрольная работа № 2 (кратные интегралы)
Пробный вариант № 1

$\boxed{1}$ Изобразить на рисунке область интегрирования, изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^{0} dy \int_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{y+1}} f(x,y)\,dx.$$

$\boxed{2}$ Изобразить на рисунке область интегрирования и представить в виде суммы повторных интегралов по полярным координатам, причём внешние интегралы брать по φ:

$$I = \int_{0}^{1} dx \int_{-x^2}^{x} f(x,y)\,dy.$$

$\boxed{3}$ Используя подходящую замену переменных, вычислить прощадь фигуры, ограниченной указанными кривыми ($a > 0$, $b > 0$):

$$\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1, \quad \sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 2, \quad \frac{x}{a} = \frac{y}{b}, \quad \frac{x}{a} = \frac{9y}{b}.$$

$\boxed{4}$ В повторном интеграле, заменив порядок интегрирования на указанный, расставить пределы интегрирования:

$$\int_{0}^{4} dz \int_{0}^{3-3z/4} dy \int_{0}^{2-2y/3-z/2} f(x,y,z)\,dx.$$

Другими словами, нужно привести к интегралу или сумме интегралов вида $\int dx \int dy \int \ldots dz$.

$\boxed{5}$ Пользуясь подходящей заменой переменных, вычислить объём тела, ограниченного следующей поверхностью ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$):

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}\right)^2 = \frac{x}{h} - \frac{y}{k} \qquad (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ z \geqslant 0).$$

Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр
Контрольная работа № 2 (кратные интегралы)
Пробный вариант № 2

$\boxed{1}$ Изобразить на рисунке область интегрирования, изменить порядок интегрирования:

$$\int\limits_0^{\pi} dx \int\limits_0^{\sin x} f(x,y)\,dy.$$

$\boxed{2}$ Изобразить на рисунке область интегрирования и представить в виде суммы повторных интегралов по полярным координатам, причём внешние интегралы брать по ρ:

$$I = \int\limits_0^{1} dx \int\limits_{-x^2}^{0} f(x,y)\,dy.$$

$\boxed{3}$ Используя подходящую замену переменных, вычислить прощадь фигуры, ограниченной указанными кривыми ($0 < a < b$, $0 < \alpha < \beta$):

$$x^2 = ay, \quad x^2 = by, \quad x^3 = \alpha y^2, \quad x^3 = \beta y^2.$$

$\boxed{4}$ В повторном интеграле, заменив порядок интегрирования на указанный, расставить пределы интегрирования:

$$\int\limits_0^{2} dx \int\limits_0^{2-x/2} dy \int\limits_0^{2-y-x/2} f(x,y,z)dz \qquad (z,x,y).$$

Другими словами, нужно привести к интегралу или сумме интегралов вида $\int dz \int dx \int \ldots dy$.

$\boxed{5}$ Пользуясь подходящей заменой переменных, вычислить объём тела, ограниченного следующей поверхностью ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$):

$$\left(\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3}\right)^3 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 1.$$