Контрольная работа № 3. Вариант № 1, пробный Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

$\boxed{1}$ Исследовать функциональную последовательность на равномерную сходимость с помощью определения:

$$f_n(x) = x \operatorname{arctg} nx, \qquad x > 0.$$

$\boxed{2}$ Доказать равномерную сходимость функционального ряда с помощью подходящего признака:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^2 e^{-nx}, \qquad x \geqslant 0.$$

$\boxed{3}$ Разложить функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням x, найти радиус сходимости:

$$f(x) = \frac{3x}{(1+2x)^2}.$$

$\boxed{4}$ Вычислить сумму степенного ряда и найти его радиус сходимости:

$$S(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x^2 + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}x^3 + \ldots$$

$\boxed{5}$ Исследовать НИЗП на равномерную сходимость с помощью определения:

$$\int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \sin x \, dx, \qquad \alpha \in (1, +\infty).$$

$\boxed{6}$ Доказать равномерную сходимость НИЗП с помощью подходящего признака:

$$\int_2^{+\infty} \frac{\cos 3x}{\ln x + y^2} \, dx, \qquad y \in \mathbb{R}.$$

Контрольная работа № 3. Вариант № 2, пробный Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

$\boxed{1}$ Исследовать функциональный ряд на равномерную сходимость с помощью определения:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{((n-1)x+1)(nx+1)}, \qquad x > 0.$$

$\boxed{2}$ Доказать равномерную сходимость функционального ряда с помощью подходящего признака:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt{n+x}}, \qquad x \in \left[\frac{\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}\right].$$

$\boxed{3}$ Разложить функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням x, найти радиус сходимости:

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

$\boxed{4}$ Вычислить сумму степенного ряда и найти его радиус сходимости:

$$S(x) = 1 \cdot 2x + 2 \cdot 3x^2 + 3 \cdot 4x^3 + \ldots$$

$\boxed{5}$ Исследовать НИЗП на равномерную сходимость с помощью определения:

$$\int_0^{+\infty} e^{-(x-\alpha)^2}\, dx, \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

$\boxed{6}$ Доказать равномерную сходимость НИЗП с помощью подходящего признака:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos \alpha x}{1+x^2}\, dx, \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$