Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр
3-е занятие. Замена переменных

$\boxed{\text{A1}}$ Найти площадь эллипса $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leqslant 1\}$, то есть вычислить интеграл $\iint\limits_G dx\,dy$.

$\boxed{\text{A2}}$ Вычислить интеграл $\iint\limits_\Omega y^3\,dx\,dy$, где область Ω ограничена кривыми $y = x^2$, $y = 2x^2$, $xy = 1$, $xy = 2$.

В двойном интеграле $\iint\limits_\Omega f(x,y)\,dx\,dy$ перейти к полярным координатам ρ и φ, полагая $x = \rho\cos\varphi$ и $y = \rho\sin\varphi$, и расставить пределы интегрирования:

$\boxed{3937}$ Ω — круг $x^2 + y^2 \leqslant a^2$.

$\boxed{3941}$ Ω — параболический сегмент: $-a \leqslant x \leqslant a$, $x^2/a \leqslant y \leqslant a$.

Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл:

$\boxed{3955}$ $$\iint\limits_{\pi^2 \leqslant x^2+y^2 \leqslant 4\pi^2} \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy.$$

Перейти к полярным координатам ρ и φ и расставить пределы интегрирования в том и другом порядке в следующих интегралах:

$\boxed{3945}$ $$\int\limits_0^2 dx \int\limits_x^{x\sqrt{3}} f(\sqrt{x^2+y^2})\,dy.$$

С помощью подходящей замены переменных свести двойной интеграл к однократному:

$\boxed{3962}$ $$\iint\limits_{|x|+|y| \leqslant 1} f(x+y)\,dx\,dy.$$

Домашнее задание № 3
Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

В двойном интеграле $\iint\limits_{\Omega} f(x,y)\,dx\,dy$ перейти к полярным координатам ρ и φ, полагая $x = \rho\cos\varphi$ и $y = \rho\sin\varphi$, и расставить пределы интегрирования:

$\boxed{3938}$ Ω — круг $x^2 + y^2 \leqslant ax \quad (a > 0)$.

$\boxed{3940}$ Ω — треугольник $0 \leqslant x \leqslant 1$; $0 \leqslant y \leqslant 1 - x$.

Перейти к полярным координатам ρ и φ, и расставить пределы интегрирования в том и другом порядке в следующих интегралах:

$\boxed{3946}$ $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{x^2} f(x,y)\,dy.$

Перейдя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл:

$\boxed{3954}$ $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant a^2} \sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy.$

Вместо x и y ввести новые переменные u и v и определить пределы интегрирования в следующих двойных интегралах:

$\boxed{3957}$ $\int\limits_a^b dx \int\limits_{\alpha x}^{\beta x} f(x,y)\,dy \quad (0 < a < b;\ 0 < \alpha < \beta)$, если $u = x$, $v = y/x$.

$\boxed{3958}$ $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{1-x}^{2-x} f(x,y)\,dy$, если $u = x + y$, $v = x - y$.

Перейдя к полярным координатам, заменить двойные интегралы однократными:

$\boxed{3951}$ $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant 1} f(\sqrt{x^2+y^2})\,dx\,dy.$ $\boxed{3953}$ $\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant x} f(y/x)\,dx\,dy.$

Произведя соответствующую замену переменных, свести двойной интеграл к однократному:

$\boxed{3964}$ $\iint\limits_{\Omega} f(xy)\,dx, dy$, где область Ω ограничена следующими кривыми: $xy = 1$, $xy = 2$, $y = x$, $y = 4x \quad (x > 0,\ y > 0)$.