Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр
6-е занятие. Тройной интеграл

$\boxed{\text{A1 (повтор.)}}$ Найти площадь поверхности $ay = x^2 + z^2$, где $x \geqslant 0, \quad y \geqslant 0, \quad z \geqslant 0, \quad y \leqslant 2a$.

Вычислить тройные интегралы:

$\boxed{\text{A2}}$ $\iiint\limits_V x\,dx\,dy\,dz$, где V — тетраэдр, ограниченный координатными плоскостями и плоскостью $2x + 3y + z - 6 = 0$.

$\boxed{4080}$ $\iiint\limits_V \sqrt{x^2 + y^2}\,dx\,dy\,dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = z^2, \qquad z = 1$.

$\boxed{4088}$ Переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл:

$$\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int\limits_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2\,dz.$$

$\boxed{4092}$ Вычислить интеграл $\iiint\limits_V x^2\,dx\,dy\,dz$, где область V ограничена поверхностями $z = ay^2, \quad z = by^2, \quad y > 0 \quad (0 < a < b), \quad z = \alpha x, \quad z = \beta x \quad (0 < \alpha < \beta), \quad z = h \quad (h > 0)$.

Домашнее задание № 6
Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Вычислить следующие тройные интегралы:

$\boxed{4076}$ $\iiint\limits_V xy^2z^3\,dx\,dy\,dz$, где область V ограничена поверхностями $z = xy,\quad y = x,\quad x = 1,\quad z = 0.$

$\boxed{4077}$ $\iiint\limits_V \dfrac{dx\,dy\,dz}{(1+x+y+z)^3}$, где область V ограничена поверхностями $x + y + z = 1,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0.$

$\boxed{4078}$ $\iiint\limits_V xyz\,dx\,dy\,dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 1,\quad x = 0,\quad y = 0,\quad z = 0.$

$\boxed{4079}$ $\iiint\limits_V \left(\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2}\right) dx\,dy\,dz$, где область V ограничена поверхностью $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1$. (Использовать обобщённые сферические координаты.)

$\boxed{4087}$ Переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл

$$\iiint\limits_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\,dx\,dy\,dz,$$

где область V ограничена поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 = z$.

$\boxed{4091}$ Перейдя к цилиндрическим координатам, вычислить интеграл

$$\iiint\limits_V (x^2 + y^2)\,dx\,dy\,dz,$$

где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = 2z,\quad z = 2.$

$\boxed{4093}$ Найти интеграл $\iiint\limits_V xyz\,dx\,dy\,dz$, где область V расположена в октанте $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ и ограничена поверхностями:

$$z = \frac{x^2 + y^2}{m},\quad z = \frac{x^2 + y^2}{n},\quad xy = a^2,\quad xy = b^2,\quad y = \alpha x,\quad y = \beta x,$$

$0 < a < b,\quad 0 < \alpha < \beta,\quad 0 < m < n.$