Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр
11-е занятие. Сходимость положительных числовых рядов

Исследовать сходимость числовых рядов.

$\boxed{2552}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+2}-2\sqrt{n+1}+\sqrt{n}\right).$ (Найти формулу для S_n.)

$\boxed{2561}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1}.$

$\boxed{2619}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^p n}$ $(n>1)$ (Интегральный признак.)

Исследовать сходимость с помощью признаков сравнения:

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+\sqrt{n}}.$ $\boxed{\text{A2}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(e^{\frac{1}{n}}-\sqrt{1+\frac{2}{n}}\right).$

Признак Даламбера. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$ для всех n.
Если $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\geqslant\alpha>1$, начиная с некоторого номера, то ряд расходится.
Если $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\leqslant\alpha<1$, начиная с некоторого номера, то ряд сходится.

Признак Даламбера в предельной форме.
Пусть $a_n>0$ для всех $n\in\mathbb{N}$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$.
Если $q>1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится; если $q<1$, то сходится.

$\boxed{2579}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}.$ $\boxed{2580}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}.$ $\boxed{2584}$ $\displaystyle\frac{4}{2}+\frac{4\cdot7}{2\cdot6}+\frac{4\cdot7\cdot10}{2\cdot6\cdot10}+\ldots$

Признак Коши в предельной форме. Пусть $a_n\geqslant0$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=q$.
Если $q>1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится; если $q<1$, то сходится.

$\boxed{\text{A3}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a^n}{n^2}.$ $\boxed{2589.2}$ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}.$

Обобщённый признак Коши. Пусть $a_n\geqslant0$, $\displaystyle\varlimsup_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=q$.
Если $q>1$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится; если $q<1$, то сходится.

$\boxed{2597}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3\left(\sqrt{2}+(-1)^n\right)^n}{3^n}.$

Домашнее задание № 11
Матем. анализ, прикл. матем., 3-й семестр

Исследовать сходимость рядов, используя признаки сравнения:

$\boxed{2626}$ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^{\alpha}}$. $\boxed{2629}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln\frac{n+1}{n}}\right)$.

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\arcsin\frac{1}{n}} - 1\right)^{\alpha}$. $\boxed{2620}$ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^p(\ln\ln n)^q}$.

$\boxed{2621}$ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n!)}$. (Использовать соотношение $\ln(n!) \sim n\ln n$ или задачу № 8 из сборника Демидовича.)

Признаки Даламбера и Коши

$\boxed{2578}$ $\dfrac{1000^n}{n!}$. $\boxed{2582}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$.

$\boxed{2581}$ а) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; б) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

$\boxed{2583}$ $\dfrac{1000}{1} + \dfrac{1000\cdot 1001}{1\cdot 3} + \dfrac{1000\cdot 1001\cdot 1002}{1\cdot 3\cdot 5} + \ldots$.

$\boxed{2586}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2+\frac{1}{n}\right)^n}$. $\boxed{2588}$ $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$.

$\boxed{2590}$ $\sqrt{2} + \sqrt{2-\sqrt{2}} + \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} + \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} + \ldots$

Указание. $\sqrt{2} = 2\cos\dfrac{\pi}{4}$.

Обобщённый признак Коши

$\boxed{2595}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{2^n}$. $\boxed{2597.1}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+\cos n}{2+\cos n}\right)^{2n-\ln n}$.