

Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр
17-е занятие. Ряды Тейлора

Повторение

[A1] Найти область сходимости обобщённого степенного ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \left(\frac{1+x}{2-x} \right)^n.$$

Ряд Тейлора

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n; \quad f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \cdot x^n.$$

Вспомнить разложения в ряд Тейлора следующих функций:

$$e^x, \quad \cos x, \quad \sin x, \quad (1+x)^p, \quad \ln(1+x).$$

Разложить следующие функции по целым неотрицательным степеням переменной x и найти соответствующие интервалы сходимости:

$$[2841] \quad f(x) = \operatorname{sh} x. \quad [2843] \quad f(x) = \sin^2 x.$$

$$[A2] \quad f(x) = \frac{1}{1-x}. \quad [2855] \quad f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}.$$

$$[2839 \text{ a}] \quad f(x) = \frac{1}{a-x}. \quad [2854] \quad f(x) = \frac{x^{10}}{1-x}.$$

$$[A3] \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}.$$

[A4] Найти сумму и радиус сходимости степенного ряда: $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^{5n}$.

Теорема. Внутри интервала сходимости степенные ряды можно почленно дифференцировать и интегрировать.

Разложив предварительно производные, путём почленного интегрирования получить разложения в степенной ряд следующих функций:

$$[2870] \quad f(x) = \arcsin x. \quad [2869] \quad f(x) = \operatorname{arctg} x.$$

Домашнее задание № 17

Матем. анализ, мех.-мат., 3-й семестр

Найти области сходимости обобщённых степенных рядов:

$$\boxed{2833} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^n. \quad \boxed{2836} \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{-n^2} e^{-nx}.$$

Разложить следующие функции по целым неотрицательным степеням переменной x и найти соответствующие интервалы сходимости:

$$\boxed{2842} \quad f(x) = \operatorname{ch} x.$$

$$\boxed{2849 \text{ a}} \quad f(x) = \sin(a+x).$$

$$\boxed{2852} \quad f(x) = \cos^2 x.$$

$$\boxed{2853} \quad f(x) = \sin^3 x \quad (\text{выразить через } \sin x \text{ и } \sin 3x).$$

$$\boxed{2856} \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-2x}}.$$

$$\boxed{2857} \quad f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$\boxed{A1} \quad f(x) = \frac{1}{1+x}.$$

$$\boxed{2859} \quad f(x) = \frac{12-5x}{6-5x-x^2}.$$

$$\boxed{2858} \quad f(x) = \frac{x}{1+x-2x^2} \quad (\text{разложить на простейшие дроби}).$$

$$\boxed{2871} \quad f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

$$\boxed{2872} \quad f(x) = \ln(1 - 2x \cos \alpha + x^2).$$

$$\boxed{A2} \quad \text{Найти сумму и радиус сходимости степенного ряда: } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{3n}}{2^n}.$$