Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр
21-е занятие. Несобственные интегралы, зависящие от параметра (продолжение)

Исследовать на равномерную сходимость с помощью определения:

$\boxed{3755.2}$ $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}, \quad \alpha \in (0,1).$ $\qquad$ $\boxed{3762}$ $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} \sqrt{\alpha} e^{-\alpha x^2}\, dx, \quad \alpha \geqslant 0.$

Исследовать на равномерную сходимость с помощью признаков Вейерштрасса, Дирихле и Абеля:

$\boxed{3760.1}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{\ln^p x}{x\sqrt{x}}\, dx, \quad p \in [0,10].$ $\qquad$ $\boxed{3761,\ p=1}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} e^{-\alpha x}\frac{\cos x}{x^p}, \quad \alpha \geqslant 0.$

Исследовать на равномерную сходимость:

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{\cos x\, dx}{x^\alpha}, \quad \alpha \geqslant 1.$ $\qquad$ $\boxed{\text{A2}}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty} \frac{\sin x\, dx}{x^\alpha}, \quad \alpha > 0.$

Исследовать на непрерывность в указанных промежутках следующие функции:

$\boxed{3779}$ $\displaystyle F(\alpha) = \int\limits_0^{+\infty} \frac{x\, dx}{2 + x^\alpha}, \quad \alpha > 2.$

$\boxed{3783}$ $\displaystyle F(\alpha) = \int\limits_0^{+\infty} \alpha e^{-x\alpha^2}\, dx, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$

Домашнее задание № 21
Матем. анализ, мех.-мат., 3-й семестр

Исследовать на равномерную сходимость:

$\boxed{\text{A1}}$ $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} e^{-x}\cos xy\,dx,\quad y\in\mathbb{R}.$ $\boxed{3765}$ $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty}\frac{\sin x^2}{1+x^p}\,dx\quad (p\geqslant 0).$

$\boxed{\text{A2}}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty}\frac{\sin x\,dx}{x^\alpha},\quad \alpha\geqslant 1/3.$ $\boxed{\text{A3}}$ $\displaystyle\int\limits_1^{+\infty}\frac{\cos x\,dx}{x^\alpha},\quad \alpha>0.$

$\boxed{3768}$ $\displaystyle\int\limits_0^{1}\sin\frac{1}{x}\cdot\frac{dx}{x^\alpha},\quad 0<\alpha<2.$ $\boxed{\text{A4}}$ $\displaystyle\int\limits_0^{+\infty} e^{-\alpha^2(1+x^2)}\sin\alpha\,dx,\quad \alpha\in\mathbb{R}.$

$\boxed{3766}$ $\displaystyle\int\limits_0^{1} x^{p-1}\ln^q\frac{1}{x}\,dx;$ а) $p\geqslant p_0>0$; б) $p>0$ $(q>-1)$.

$\boxed{3769}$ $\displaystyle\int\limits_0^{2}\frac{x^\alpha\,dx}{\sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}},\quad |\alpha|<\tfrac{1}{2}.$ Подсказка: разбить на несколько интегралов и применять признак Вейерштрасса.

$\boxed{3772}$ Проверить, можно ли перейти к пределу под знаком интеграла в следующем выражении: $\displaystyle I(\alpha)=\lim_{\alpha\to+0}\int\limits_0^{+\infty}\alpha e^{-\alpha x}\,dx$. Указание: найти $I(\alpha)$, вычислить $I(+0)$ и сравнить с $I(0)$.

Исследовать следующие функции на непрерывность в указанных промежутках:

$\boxed{3780}$ $\displaystyle F(\alpha)=\int\limits_1^{+\infty}\frac{\cos x}{x^\alpha},\quad \alpha>0.$

$\boxed{3781}$ $\displaystyle F(\alpha)=\int\limits_0^{\pi}\frac{\sin x}{x^\alpha(\pi-x)^\alpha}\,dx,\quad 0<\alpha<2.$

Показать, что следующая функция непрерывна:

$\boxed{\text{A5}}$ $\displaystyle F(\alpha)=\int\limits_0^{1}\frac{\ln(\alpha x)}{\sqrt{x+\alpha}}\,dx,\quad \alpha\geqslant 1.$