

Контрольная работа по теме «Кратные интегралы» Пробный вариант

1] Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-6}^2 dx \int_{x^2/4}^{2-x} f(x, y) dy.$$

2] В интеграле $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$, где

$$\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a\},$$

перейти к полярным координатам (ρ, φ) и преобразовать его к повторному интегралу вида $\int d\varphi \int d\rho$.

3] Используя подходящую замену переменных, вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными кривыми ($0 < a < b$, $0 < \alpha < \beta$):

$$x^2 = ay, \quad x^2 = by, \quad x^3 = \alpha y^2, \quad x^3 = \beta y^2.$$

4] Найти площадь части поверхности $z = x^2 + y^2$, заключённой внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 2x$.

5] Пользуясь подходящей заменой переменных, вычислить объём тела, ограниченного следующей поверхностью ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$):

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}\right)^2 = \frac{x}{h} - \frac{y}{k} \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0).$$