

## Мех.-мат., матем. анализ., 3-й семестр

### Третья контрольная работа, пробный вариант № 1

1] Для данного степенного ряда определить радиус и интервал сходимости и исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{n}{e}\right)^n x^n.$$

Можно использовать формулу Стирлинга:  $n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$  при  $n \rightarrow \infty$ .

2] Найти радиус сходимости и вычислить сумму ряда с помощью дифференцирования или интегрирования:

$$x - 3x^3 + 5x^5 - 7x^7 + \dots$$

3] Найти разложение в степенной ряд данной функции, используя её производную:

$$f(x) = \arccos(1 - 2x^2), \quad x \in (0, 1).$$

Обосновать сходимость несобственных интегралов для всех значений параметра  $\alpha$  из указанного промежутка и исследовать данные интегралы на равномерную сходимость в указанном промежутке:

$$4] \int_0^{+\infty} e^{-\alpha x} \cos x \, dx, \quad \alpha > 2. \quad 5] \int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha + 1}, \quad \alpha > 1.$$

$$6] \int_0^{+\infty} \frac{\sin(\alpha x)}{x\sqrt{x}} \, dx, \quad 0 < \alpha \leq 7.$$

Примеры заданий из других вариантов:

$$4'] \int_0^1 \cos \frac{\alpha}{x^2} \, dx, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

3'] Найти разложение в степенной ряд по степеням  $x$ , вычислить радиус сходимости:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 6}.$$