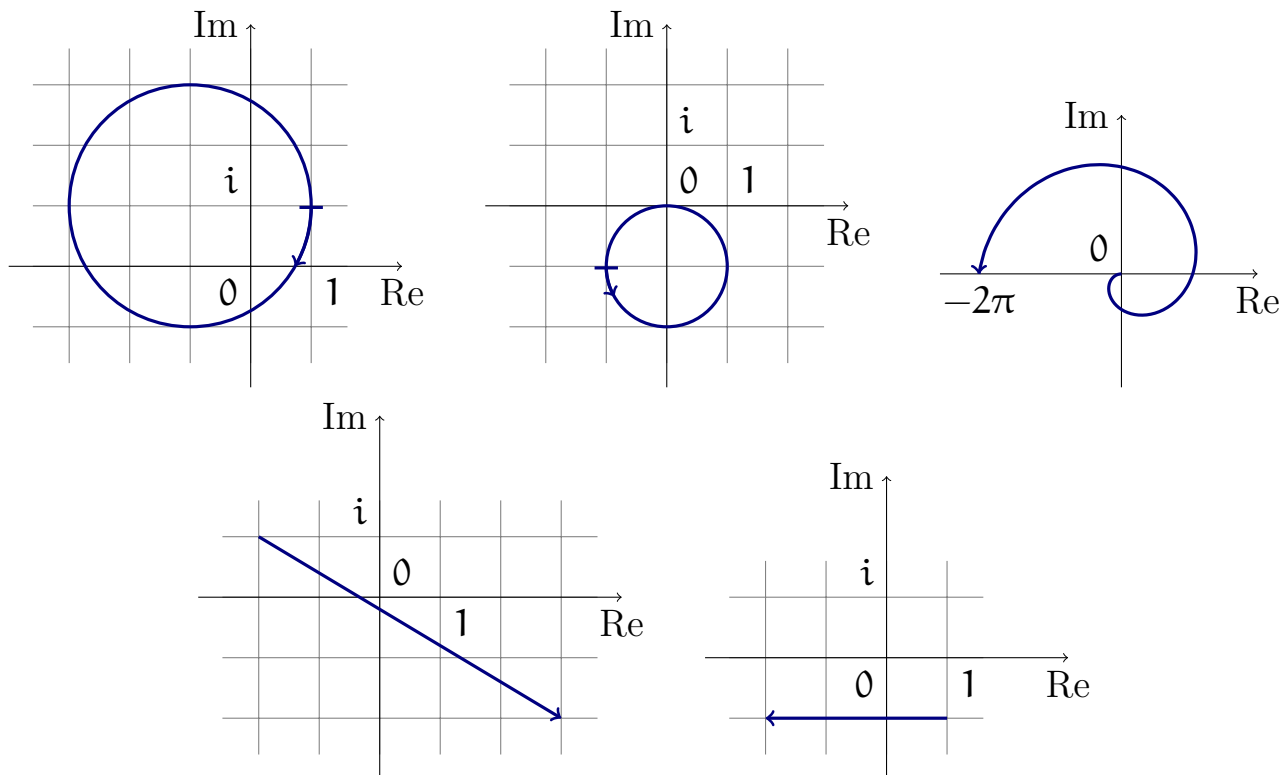


4-е занятие. Кривые. Логарифм. Степень. Аркфункции Матем. анализ, прикл. матем., 4-й семестр

A1 Записать параметрические уравнения следующих кривых на комплексной плоскости (учитывать начальную точку и направление обхода):



A2 Вычислить $\text{Ln}(-4)$, $\text{Ln}(-i)$, $\text{Ln}(-3 + 7i)$.

1.74, 3), 5), 8) Найти все значения следующих степеней:

$$3) 2^i, \quad 5) i^i, \quad 8) (-3 + 4i)^{1+i}.$$

≈ 1.76 Совпадают ли множества значений a^{2b} , $(a^b)^2$, $(a^2)^b$? Рассмотреть пример $a = -1$, $b = 1/2$.

A3 Вычислить: 1) $\sin(3 - i)$; 2) $\text{tg}(\frac{\pi}{4} + i)$.

A4 Пусть $z, w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $w^2 = z$, $\varphi \in \text{Arg } z$. Найти $\text{Arg } w$. Рассмотреть примеры: $z = 4$, $z = 3i$, $z = -1 + \sqrt{3}i$, $z = -4$.

A5 Доказать следующие равенства (для квадратных корней берутся все их значения):

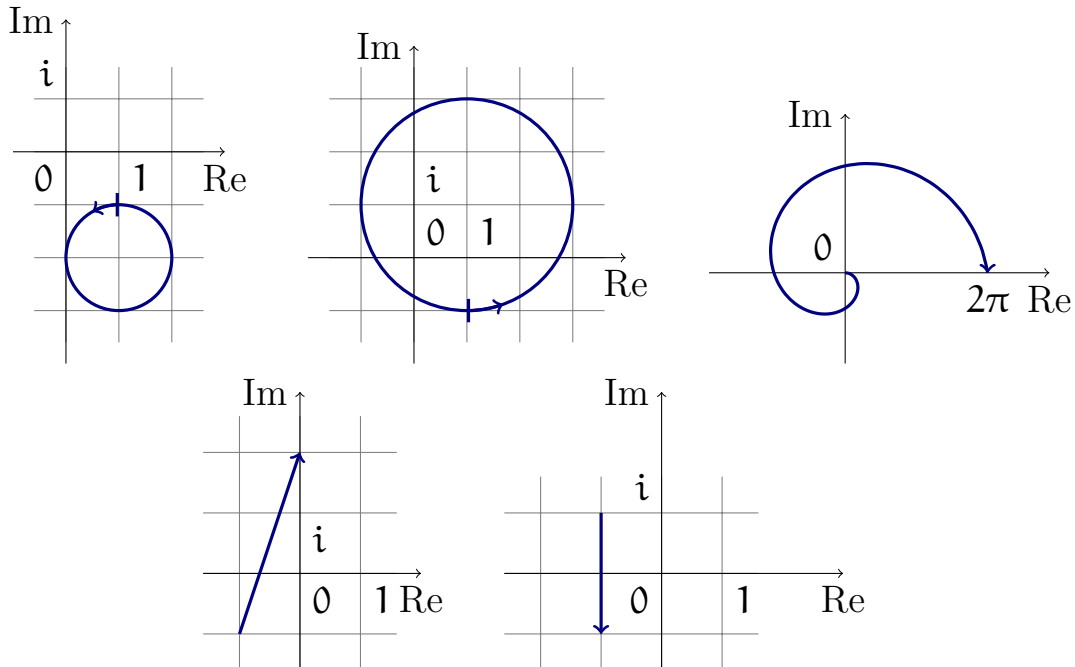
$$\text{Arsh } z = \text{Ln}(z + \sqrt{z^2 + 1}), \quad \text{Arctg } z = \frac{i}{2} \text{Ln} \frac{i + z}{i - z} = \frac{1}{2i} \text{Ln} \frac{1 + iz}{1 - iz}.$$

A6 Найти все значения: $\text{Arsh } 2i$; $\text{Arctg}(1 - 2i)$.

Домашнее задание № 4

Матем. анализ, прикл. матем., 4-й семестр

A1 Записать параметрические уравнения следующих кривых на комплексной плоскости (учитывать начальную точку и направление обхода):



1.69 Для каждой из функций e^z , $\cos z$, $\sin z$, $\operatorname{tg} z$, $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{cth} z$ найти множество точек z , где она принимает: 1) действительные значения; 2) чисто мнимые значения.

1.74 Найти все значения следующих степеней:

$$1) 1^{\sqrt{2}}, \quad 2) (-2)^{\sqrt{2}}, \quad 4) 1^{-i}, \quad 6) \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{1+i}, \quad 7) (3-4i)^{1+i}.$$

A2 Доказать, что если $a \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ и $n \in \mathbb{N}$, то величина $\exp(n \operatorname{Ln} a)$ имеет одно значение, равное $\prod_{k=1}^n a$.

1.77 Доказать следующие равенства (для корней берутся все их значения):

$$\begin{aligned} 1) \operatorname{Arccos} z &= -i \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 - 1}); & 5) \operatorname{Arch} z &= \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 - 1}); \\ 2) \operatorname{Arcsin} z &= -i \operatorname{Ln} i(z + \sqrt{z^2 - 1}); & 7) \operatorname{Arth} z &= \frac{1}{2} \operatorname{Ln} \frac{1+z}{1-z}. \end{aligned}$$

1.81 Найти все значения следующих функций:

$$1) \operatorname{Arcsin} \frac{1}{2}; \quad 2) \operatorname{Arccos} \frac{1}{2}; \quad 3) \operatorname{Arccos} 2; \quad 4) \operatorname{Arcsin} i; \quad 7) \operatorname{Arth}(1-i).$$