

Контрольная работа № 2. Вариант № 1

Матем. анализ, прикл. матем., 4-й семестр

1] Найти такую голоморфную функцию f , что $\operatorname{Re}(f(x + yi)) = u(x, y)$ при $(x, y) \in D$:

$$u(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - 3y, \quad D = \{(x, y): x > 0\}.$$

2] Найти радиус сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n.$$

3] Найти радиус сходимости степенного ряда, вычислить его сумму внутри круга сходимости и исследовать сходимость на границе круга сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n z^n}{n}.$$

4] Используя результат предыдущей задачи и теорему Абеля о сумме степенного ряда, вычислить следующую сумму:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n\varphi}{n} \quad (-\pi < \varphi < \pi).$$

5] Разложить рациональную функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням z и найти радиус сходимости:

$$f(z) = \frac{z^2}{(z-2)^2}.$$

6] Разложить функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням z и найти радиус сходимости:

$f(z)$ — непрерывная ветвь Arth , для которой $f(0) = 0$.

Контрольная работа № 2. Вариант № 2

Матем. анализ, прикл. матем., 4-й семестр

1] Найти такую голоморфную функцию f , что $\operatorname{Im}(f(x + yi)) = v(x, y)$ при $(x, y) \in D$:

$$v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 5x, \quad D = \mathbb{R}^2.$$

2] Найти радиус сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^{2^n}.$$

3] Найти радиус сходимости степенного ряда, вычислить его сумму внутри круга сходимости и исследовать сходимость на границе круга сходимости:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{2n+1}.$$

4] Используя результат предыдущей задачи и теорему Абеля о сумме степенного ряда, вычислить следующую сумму:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin((2n+1)\varphi)}{2n+1} \quad (0 < \varphi < \pi).$$

5] Разложить рациональную функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням z и найти радиус сходимости:

$$f(z) = \frac{z^2}{z^2 + 2z + 2}.$$

6] Разложить функцию в ряд Тейлора-Маклорена по степеням z и найти радиус сходимости:

$$f(z) = \int_0^z \frac{\cos \xi - 1}{\xi^2} d\xi.$$