14-е занятие. Вычисление пределов сумм с помощью определённых интегралов. Функции многих переменных. Частные производные Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Упражнение на повторение:

A1 Вычислить объём конуса с высотой h и радиусом основания r, используя формулу для объёма тела вращения.

Вычисление пределов сумм с помощью определённых интегралов

Представить выражение S_n в виде интегральной суммы и вычислить предел $\lim_{n\to\infty} S_n$ с помощью определённого интеграла. В решении нужно указать сегмент интегрирования $[a, b]$, точки разбиения x_k, промежуточные точки ξ_k и функцию f.

2219 $S_n = \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{2}{n^2} + \ldots + \dfrac{n-1}{n^2}.$

2220 $S_n = \dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \ldots + \dfrac{1}{n+n}.$

2223 $S_n = \dfrac{1^p + 2^p + \ldots + n^p}{n^{p+1}} \quad (p > 0).$

Функции многих переменных

Найти и изобразить области определения следующих функций:

3137 $u = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}.$

3139 $u = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}.$

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

3213 $u = x^4 + y^4 - 4x^2y^2.$

3215 $u = \dfrac{x}{y^2}.$

3217 $u = x\sin(x+y).$

3219 $u = \operatorname{tg}\dfrac{x^2}{y}.$

3221 $u = \ln(x+y^2).$

3223 $u = \operatorname{arctg}\dfrac{x+y}{1-xy}.$

3225 $u = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$

3227 $u = x^{y/z}.$

Домашнее задание № 14
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Представить выражение S_n в виде интегральной суммы и вычислить предел $\lim_{n\to\infty} S_n$ с помощью определённого интеграла. В решении нужно указать сегмент интегрирования $[a, b]$, точки разбиения x_k, промежуточные точки ξ_k и функцию f.

$\boxed{2220}$ $S_n = \left(\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \ldots + \dfrac{1}{n+n}\right).$

$\boxed{2221}$ $S_n = \left(\dfrac{n}{n^2+1^2} + \dfrac{n}{n^2+2^2} + \ldots + \dfrac{n}{n^2+n^2}\right).$

$\boxed{2222}$ $S_n = \dfrac{1}{n}\left(\sin\dfrac{\pi}{n} + \sin\dfrac{2\pi}{n} + \ldots + \sin\dfrac{(n-1)\pi}{n}\right).$

$\boxed{\text{A1}}$ $S_n = \dfrac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+\ldots+\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$

$\boxed{\text{A2}}$ $S_n = \dfrac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n+2}+\ldots+\sqrt{n+n}}{n\sqrt{n}}.$

Функции многих переменных. Частные производные

Найти и изобразить области определения следующих функций:

$\boxed{3138}$ $u = \sqrt{1-x^2-y^2},$ $\boxed{3143}$ $u = \ln(-x-y).$

Найти частные производные первого и второго порядков от следующих функций:

$\boxed{3214}$ $u = xy + \dfrac{x}{y}.$ $\boxed{3216}$ $u = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}.$

$\boxed{3218}$ $u = \dfrac{\cos x^2}{y}.$ $\boxed{3220}$ $u = x^y.$

$\boxed{3222}$ $u = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}.$ $\boxed{3224}$ $u = \arcsin\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}.$

$\boxed{3226}$ $u = \left(\dfrac{x}{y}\right)^2.$ $\boxed{3238}$ $u = x^{y^z}.$