21-е занятие. Замена переменных
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Преобразовать следующие выражения к полярным координатам ($x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$):

$\boxed{\text{A1}}$ $w = xu'_y + yu'_x$.

$\boxed{3484}$ $w = u''_{xx} + u''_{yy}$.

Приняв u и v за новые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3489}$ $2z''_{xx} + z''_{xy} - z''_{yy} + z'_x + z'_y = 0$, если $u = x + 2y + 2$, $v = x - y - 1$.

$\boxed{3493}$ $z''_{xx} + z''_{yy} + m^2 z = 0$, если $x = e^y\cos v$, $y = e^y\sin v$.

$\boxed{3495}$ $x^2 z''_{xx} - y^2 z''_{yy} = 0$, если $u = xy$, $v = \dfrac{x}{y}$.

$\boxed{3499}$ $xz''_{xx} - yz''_{yy} = 0$, если $x = (u+v)^2$, $y = (u-v)^2$.

Стационарные точки функции

Найти стационарные точки функции (в которых первые частные производные равны 0), написать второй дифференциал функции в этих точках:

$\boxed{\text{A2}}$ $f(x, y) = x^2 + (y-1)^2$.

$\boxed{\text{A3}}$ $f(x, y) = x^2 - (y-1)^2$.

$\boxed{\text{A4}}$ $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$.

Домашнее задание № 21
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

Преобразовать следующие выражения к полярным координатам ($x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$):

$\boxed{3483}$ $w = (u'_x)^2 + (u'_y)^2$.

$\boxed{3485}$ $w = x^2 u''_{xx} + 2xyu''_{xy} + y^2 u''_{yy}$.

$\boxed{3486}$ $w = y^2 z''_{xx} - 2xyz''_{xy} + x^2 z''_{yy} - (xz'_x + yz'_y)$.

Приняв u и v за новые переменные, преобразовать следующие уравнения:

$\boxed{3490}$ $(1+x^2)z''_{xx} + (1+y^2)z''_{yy} + xz'_x + yz'_y$,
если $u = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$, $v = \ln(y + \sqrt{1+y^2})$.

$\boxed{3492}$ $z''_{xx} + z''_{yy} = 0$, если $u = \dfrac{x}{x^2+y^2}$, $v = -\dfrac{y}{x^2+y^2}$.

$\boxed{3494}$ $z''_{xx} - yz''_{yy} = \dfrac{1}{2}z'_y$ $(y > 0)$, если $u = x - 2\sqrt{y}$, $v = x + 2\sqrt{y}$.

$\boxed{3497}$ $xyz''_{xx} - (x^2+y^2)z''_{xy} + xyz''_{yy} + yz'_x + xz'_y = 0$,
если $u = \dfrac{1}{2}(x^2+y^2)$, $v = xy$.

$\boxed{3498}$ $x^2 z''_{xx} - 2x\sin y z''_{xy} + \sin^2 y z''_{yy} = 0$, если $u = x\operatorname{tg}\dfrac{y}{2}$, $v = x$.

$\boxed{3459}$ $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $\xi = x$ и $\eta = x^2 + y^2$.

Стационарные точки функции

Найти стационарные точки функции (в которых первые частные производные равны 0), написать второй дифференциал функции в этих точках:

$\boxed{\text{A1}}$ $f(x,y) = x^2 + 4xy + 5y^2$.

$\boxed{\text{A2}}$ $f(x,y) = 5xy$.

$\boxed{\text{A3}}$ $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy$.

$\boxed{\text{A4}}$ $f(x,y) = e^{x^2-y}(5 - 2x + y)$.